Sind Aussagenlogik und Boolesche Algebra dasselbe?

Sie sind nicht dasselbe, aber ich mache dir keine Vorwürfe, wenn du denkst, dass sie es sind. Der Grund, warum es nicht klar ist, dass sie nicht das gleiche sind, ist, dass du nur kleine Beispiele gesehen hast.

Also gehen wir zurück, definieren sie separat und sehen uns einige interessante Beispiele an.

**Aussagenlogik** ist ein Zweig der Mathematik, der Aussagen und ihre Wahrheit oder Falschheit studiert und wie man das miteinander kombiniert.

Was du wahrscheinlich als "Aussagenlogik" bezeichnest, ist eigentlich nur eine Art von Aussagenlogik, nämlich die klassische Logik. Dies ist jedoch nicht die einzige Art Aussagenlogik und auch nicht die einzige, die in der Informatik interessant ist.

Einige Theorien basieren auf der klassischen Logik. Presburger Arithmetik zum Beispiel ist die Theorie der natürlichen Zahlen mit Addition. Tarski-Arithmetik ist die Theorie der realen geschlossenen Felder. Die Logik erster Ordnung ist die Theorie der quantifizierten Variablen über nicht-logische Objekte.

Man kann sich diese logischen Systeme als Arten von Aussagenlogik vorstellen, mit mehr Axiomen, um mit dem Extramaterial fertig zu werden. In diesem Rahmen sind viele Probleme vom Constraint-Typ auszudrücken; du kannst ja Erfüllbarkeitsmodulo-Theorien nachschlagen, um mehr darüber zu erfahren, wie dies verwendet wird.

Es gibt aber auch Aussagenlogiken, die nicht "klassisch" sind. Ein Beispiel für eine nichtklassische Logik ist die **intuitionistische** Logik. Das ist eine Logik, die konstruktive Beweise modelliert, was interessant ist, weil konstruktive Beweise dasselbe sind wie "gut erzogene" Computerprogramme. ("Gut erzogen" bedeutet in diesem Sinne, dass es keine uneingeschränkte Rekursion gibt.) Sie sind auch die Basis für moderne Typsysteme, wie die von Haskell.

Konstruktive Beweise (z. B. einen beliebigen Beweis aus Euklids Elementen) sind als Computerprogramme implementierbar. Wenn du einige geometrische Objekte als Eingabe verwendest, kannst du den Beweis (zumindest im Prinzip) als ein Computerprogramm implementieren, das die Konstruktion ausführt.

Das kannst du nicht mit nichtkonstruktiven Beweisen tun. Schauen wir uns ein Beispiel an, um zu sehen, was ich meine. Ich werde beweisen, dass es zwei irrationale Zahlen a und b gibt, so dass ab rational ist.

Betrachte z = √2√2. Diese Zahl ist entweder rational oder irrational.

Fall 1: Wenn z rational ist, dann setze a = b = √2; und das Theorem ist bewiesen.

Fall 2: Wenn z irrational ist, setze a = z und b = √2. Dann ist ab = 2; und das Theorem ist bewiesen.

Der Grund, warum dieser Beweis nicht konstruktiv ist, ist, dass er sich auf das Gesetz der ausgeschlossenen Mitte stützt; z muss entweder rational oder irrational sein, aber wir werden (und können dies in gewissem Sinne auch nicht) nicht beweisen, welche von ihnen wahr ist.

Intuitionistic logic systems tend to give you proof systems which are decidable. This is an extremely important practical concern. If you consider, for example, the Java bytecode verifier, or the type system for a programming language (both of which prove that some program is type-correct), they must terminate with an answer, so they must be based on a decidable proof system. By allowing propositions which are neither provable nor refutable, you avoid Gödel-like incompleteness. =

Intuitionistische Logiksysteme neigen dazu, entscheidungsfähige Systeme zu liefern. Dies ist ein äußerst wichtiges praktisches Anliegen. Wenn du beispiels­weise den Java-Bytecode-Verifizierer oder das Typsystem für eine Programmiersprache berücksichtigst (beides beweist, dass ein Programm typrichtig ist), müssen sie mit einer Antwort abgeschlossen werden, so dass sie auf einem entscheidbaren Beweis basieren müssen. System. Indem du Aussagen zulässt, die weder beweisbar noch widerlegbar sind, vermeidest du Gödel-artige Unvollständigkeit.

That's just one example, of course. Other non-classical propositional logics include modal logics (which can be used to model situations where you have multiple agents who know different things; think about network protocols), and temporal logics (where the truth or falsity of a proposition may change over time). =

Das ist natürlich nur ein Beispiel. Andere nicht-klassische Aussagelogiken umfassen modale Logiken (die verwendet werden können, um Situationen zu modellieren, in denen es mehrere Agenten gibt, die verschiedene Dinge kennen, wie Netzwerkprotokolle) und zeitliche Logiken (wo sich die Wahrheit oder Falschheit eines Satzes im Laufe der Zeit ändern kann).

The thing that connects all of them is the notion of a "proposition". Propositional logic can be thought of as the study of a family of logic systems, all of which deal with the notion of a mathematical statement which has a "truth"-type judgment. =

Das, was alle verbindet, ist die Vorstellung von einer Aussage. Die Aussagen­logik kann man sich als das Studium einer Familie von Logiksystemen vorstellen, die sich alle mit der Vorstellung einer mathematischen Aussage befassen, die eine Beurteilung(?) vom "Wahrheitstyp" hat.

**Boolesche Algebra** andererseits ist ein rein algebraisches System, das durch eine Menge von Axiomen gekennzeichnet ist. "Boolesche Algebra" zu sagen ist wie "Gruppe" oder "Feld" in der abstrakten Algebra zu sagen. Die klassische Aussagenlogik erfüllt die Axiome, aber auch andere mathematische Strukturen.

Die Teilmengen einer Menge S bilden beispielsweise eine Boolesche Algebra; wobei der "Nicht" -Operator "Komplementmenge", "und" "Schnittmenge" und "oder" "Vereinigungsmenge" entspricht. Man kann sich vorstellen, dass "wahr" S ist und "falsch" die leere Menge, aber das sind nicht die einzigen "Wahrheitswerte", die das System modelliert.

Gitter (Verbände) bilden Boolesche Algebren, und einige Gitter sind in der Informatik wichtig (z. B. Scott-Domänen). Darüber hinaus bilden einige wichtige nicht-klassische Logik-ähnliche Systeme natürlich Boolesche Algebren, wie etwa Fuzzy-Logik.

Ich hoffe also, dass Sie sehen können, dass, während die beiden Begriffe verwandt sind (einige Boolesche Algebren modellieren einige Aussagenlogiken), sie nicht genau dasselbe sind. Wie sie sich unterscheiden, ist ein Teil dessen, was sie interessant macht.